

Inleiding in de optica (II)

H.G.J. Rutten

In de vorige aflevering werd een korte inleiding gegeven over licht, optisch glas, breking en reflectie. Uitvoeriger werd de beeldvorming aan spiegellende vlakken behandeld.

In deze aflevering zal worden ingegaan op vensters, prisma's c.q. wiggen en lenzen.

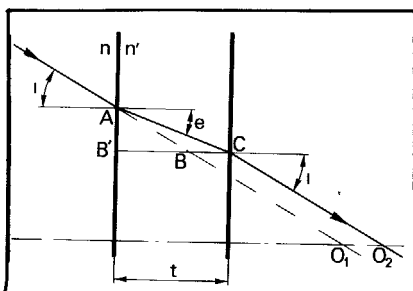
Optische vensters

Een zuiver planparallele plaat vervaardigd uit een optisch homogeen materiaal noemt men een optisch venster. Over het algemeen zijn deze vervaardigd uit het kroonglas BK7 dat een brekingsindex heeft van $n = 1,51680$. Dit kroonglas kan gebruikt worden omdat het een relatief breed transmissiegebied heeft, chemisch behoorlijk resistent is en vooral erg goedkoop is (ca. Hfl. 40,- per kg).

Worden echter hogere eisen gesteld aan transmissie in het infrarood of ultraviolet deel van het spectrum of moet de temperatuurbestandheid of chemische resistentie beter zijn, dan worden andere, over het algemeen minerale materialen gebruikt.

Veel gebruikt wordt o.a. kwarts ($n = 1,45846$). In extreme gevallen wordt zelfs synthetische saffier ($n = 1,7688$) of zelfs diamant ($n = 2,42$) toegepast. Dit laatste is bijvoorbeeld toegepast in de Russische ruimtesondes welke op de planeet Venus zijn geland. De barre omstandigheden waar dit venster aan moest voldoen waren o.a. een chemisch aggressieve atmosfeer bij een temperatuur van ca. 350°C en een druk van ca. 90 bar.

Optische vensters hebben geen optische sterkte. Wel hebben zij invloed op de stralengang. In figuur 1 is dit weergegeven voor een dikke plaat. Omdat een venster parallel is en de media aan weerszijden van het venster gelijk zijn, zal een straal die onder een bepaalde



Figuur 1 De verschuiving van een lichtstraal ten gevolge van de optische werking van een venster.

hoek een venster binnentreedt onder dezelfde hoek weer uittreden. Tengevolge van de breking wordt de oorspronkelijke plaats van de straal verschoven. Hoeveel dit is hangt in eerste instantie af van de dikte van het venster en van het materiaal waar het uit is vervaardigd. In mindere mate is het ook nog afhankelijk van de hoek van de inval.

De verschuiving wordt als volgt bepaald.

$$BC = O_1 O_2$$

$$\sin e = \sin i \cdot n/n'$$

$$e = \arcsin(\sin i \cdot n/n')$$

$$AB' = t \cdot \tan e$$

$$B'B = AB'/\tan i = t \cdot \tan e/\tan i$$

$$O_1 O_2 = BC = t - t \cdot \tan e/\tan i$$

$$= t(1 - \tan e/\tan i)$$

$$= t \left(1 - \frac{\tan(\arcsin(\sin i \cdot n/n'))}{\tan i} \right)$$

Zijn de invalshoeken erg klein, zoals dat het geval is in het paraxiale gebied, dan zijn de tangens en de sinus van de hoek gelijk aan de hoek zelf (uitgedrukt in radialen).

Dan geldt.

$$e = i \cdot n/n'$$

$$AB' = t \cdot e = t \cdot i \cdot n/n'$$

$$B'B = AB'/i = t \cdot i \cdot n/n'/i = t \cdot n/n'$$

$$O_1 O_2 = BC = t - t \cdot n/n' = t(1 - n/n')$$

Is het medium aan weerszijden van het venster lucht dan is dit:

$$O_1 O_2 = dO = t(1 - 1/n')$$

Voorbeeld:

Venster. dikte. 6 mm
materiaal. BK7,
brekingsindex: 1,51680

Paraxiale benadering.

$$dO = t(1 - 1/n')$$

$$dO = 6(1 - 1/1,51680) = 2,04430 \text{ mm}$$

Als dO voor grotere invalshoeken wordt berekend geeft dit het volgende:

invals- hoek ($^{\circ}$)	dO (exact) (mm)	verschil (mm)
5	2,05283	0,00953
10	2,07862	0,03532
15	2,12222	0,07892
30	2,37145	0,32815
45	2,83832	0,79502
60	3,59087	1,54757

Tabel 1

Doordat er een afhankelijkheid is van de brekingsindex zal er sprake zijn van verschillende verschuivingen voor de verschillende kleuren. Hierdoor liggen de afbeeldingen voor de verschillende kleuren ook op verschillende plaatsen. Dit zijn kleurfouten waar in de volgende aflevering uitgebreid op zal worden ingegaan.

Evenzo blijkt uit tabel 1 dat ook de afhankelijkheid van de hoek van inval voor extreem grote hoeken aanzienlijk kan zijn. Ook dit zijn afbeeldingsfouten. Uit het voorgaande is duidelijk geworden dat een afbeelding in de richting van de bewegingsrichten van het licht verschuift.

Wordt de stralengang omgekeerd, daarmee wordt bedoeld dat een object door een venster wordt waargenomen, dan lijkt dat object dichterbij te staan. Voor objecten die op grote afstand staan is de invloed van deze kleine verschuiving in vergelijking tot de afstand waarop ze staan erg gering en is de invloed op de afbeelding eveneens erg gering. Bij objecten op zeer nabije afstand kan de invloed wel erg groot worden.

Een typisch voorbeeld hiervan is de aanlegruit van een kopieerapparaat. Bij het ontwerpen van het objectief moet er terdege rekening mee worden gehouden dat deze glasplaat zich tussen het objectief en het origineel bevindt. Niet alleen de positie van het objectief maar ook de brandpuntsafstand veranderen iets ten opzichte van de situatie zonder ruit.

Prisma's en wiggen

Prisma's en wiggen zijn optische componenten waarbij de optisch werkzame vlakken nagenoeg uitsluitend plat zijn. Deze vlakken zijn zodanig ten opzichte van elkaar geïmponeerd dat een stralenbundel die binnentreedt van richting of stand wordt veranderd.

Er kan onderscheid gemaakt worden tussen twee grote groepen prisma's. De ene groep zijn prisma's die uitsluitend een bundel van richting of stand veranderen zonder merkbare invloed te hebben op de beeldkwaliteit, de zogenaamde *reflectieprisma's*. Lichtbundels in deze prisma's worden één of meer malen gereflecteerd.

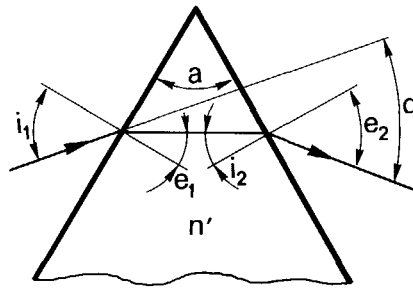
De andere grote groep zijn prisma's welke niet primair bedoeld zijn een richtingsverandering te geven maar om het licht in zijn verschillende kleuren te ontrefelen. Deze worden *dispersieprisma's* genoemd. Is bij een dispersieprisma de brekende hoek erg klein, dan wordt zo'n prisma een wig genoemd.

Doordat bij reflectieprisma's ontworpen is wat maar mogelijk is – er is een vrije keuze voor wat betreft het aantal reflecties – is er een ontstellend groot aantal verschillende uitvoeringen. Het zou te ver voeren deze in dit hoofdstuk te behandelen. Om deze reden zal een deel van deze prisma's besproken worden bij een van de afleveringen over "optische instrumenten".

Dispersieprisma's

Een dispersieprisma is over het algemeen driehoekig van vorm. Omdat de functie van deze prisma's het ontrefelen van het licht in de verschillende kleuren is, hebben deze over het algemeen een grote tophoek en worden zij vervaardigd uit een relatief hoogbrekend glas met een grote dispersie, dus klein Abbe-getal. Afhankelijk van de toepassing worden glazen gebruikt met een hoge tot zeer hoge brekingsindex. Omdat glassoorten met een zeer hoge brekingsindex over het algemeen een vrij hoge absorptie hebben in het violette of ultraviolette deel van het spectrum, kunnen deze alleen toegepast worden als er wat dit betreft geen eisen zijn gesteld. Worden deze wel gesteld, dan worden prisma's gebruikt met grote brekende hoeken en worden zelfs meer prisma's achter elkaar gebruikt (spectrocoop). Hierover echter meer in een van de volgende afleveringen.

In figuur 2 is het stralenverloop in een dispersieprisma weergegeven. Hierbij is a de tophoek van het prisma. Als de straal het prisma verlaat maakt deze een hoek met de intredende straal. Deze hoek wordt de afbuighoek genoemd.



Figuur 2 De breking in een prisma. Het stralenverloop in de getekende situatie is symmetrisch

Als het prisma is omgeven door lucht en de hoek van inval is i_1 , dan kan de afbuighoek als volgt worden berekend.
 $n = 1$

$$\sin e_1 = \sin i_1 \cdot n/n'$$

$$e_1 = \arcsin(\sin i_1 / n')$$

$$i_2 = a - e_1$$

$$e_2 = \arcsin(\sin i_2 \cdot n')$$

$$d = i_1 + e_2 - a$$

Bovenstaande vergelijking kan zodanig herleid worden dat e_2 direct wordt berekend, zonder de tussenliggende stappen. Laten we de goniometrische tussenberekeningen weg dan wordt deze vergelijking:

$$e_2 = \arcsin(\sin a \cdot \sqrt{n'^2 - \sin^2 i_1} - \cos a \cdot \sin i_1)$$

Wordt d als functie getekend van de hoek van inval dan blijkt er een minimum te zijn. Dit minimum treedt op als het stralenverloop symmetrisch door het prisma gaat, dan is dus $i_1 = i_2$. In dat geval geldt dus:

$$d = 2 \cdot i_1 - a$$

ofwel:

$$i_1 = (a + d)/2$$

en

$$e_1 = a/2$$

Volgens de wet van Snellius geldt:

$$\sin i = n' \cdot \sin e$$

hieruit volgt:

$$\sin ((a + d)/2) = n' \cdot \sin d/2$$

Wordt er dus in een meetopstelling voor gezorgd dat een lichtstraal symmetrisch door een prisma loopt, dan kan voor een bepaalde golflengte de brekingsindex van het medium worden bepaald met de uit het bovenstaande afgeleide formule:

$$n' = \frac{\sin ((a + d)/2)}{\sin d/2}$$

Een ander bijzonder geval is dat, als de intredende straal loodrecht het eerste vlak treft. Dan wordt die straal dus niet gebroken en geschiedt de hele richtingsverandering uitsluitend ten gevolge van de breking aan het tweede vlak. In dit geval geldt:

$$i_1 = e_1 = 0, \text{ en } i_2 = a$$

Wordt de wet van Snellius weer toegepast dan geldt:

$$\sin i_2 = n' \cdot \sin e_2 = n \cdot \sin a$$

verder geldt:

$$d = i_2 - e_2 = e_2 - a$$

ofwel: $e_2 = a + d$

dus geldt:

$$\sin (a + d) = n' \cdot \sin a$$

Ook deze formule kan herleid worden ter berekening van de brekingsindex:

$$n' = \sin (a + d) / \sin a, \text{ bij } i_1 = 0$$

Het kan natuurlijk mogelijk zijn dat er bij de glas-lucht overgang een inwendige reflectie optreedt. Dit is afhankelijk van de invallende hoek, de brekingsindex van het glas waaruit het prisma is vervaardigd en de tophoek van het prisma. De hoek van inval waarbij voor het eerst inwendige reflectie optreedt wordt bepaald door terug te rekenen. Dit ziet er als volgt uit:

$$i_2 = \arcsin 1/n'$$

$$e_1 = a - \arcsin 1/n'$$

$$i_1 = \arcsin (n' \cdot \sin (a - \arcsin 1/n'))$$

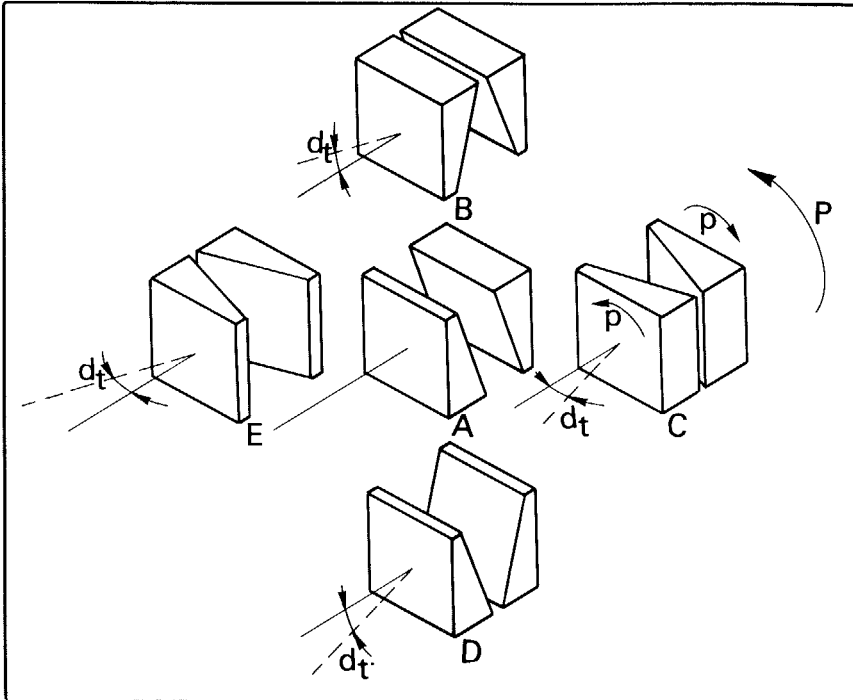
Voorbeeld:

In het vorige artikel is gesproken over laag- en hoogbrekende glazen met verschillende Abbe-getallen. Aan de hand van een prisma kan duidelijk het onderlinge verschil in breking worden getoond; zie tabel 2. Het prisma waaraan de berekeningen worden uitgevoerd heeft een tophoek van 45° en hoek van inval van 60°.

	FK 54	TiF 3	LaF 28	SF 59
e_{2d}	11°30'28"	17°17'27"	28°59'39"	39°19'20"
d_d	26°30'28"	32°17'27"	43°59'39"	54°19'20"
d_c	11°22'17"	16°56'17"	28°32'52"	37°55'16"
d_f	11°37'16"	17°36'	7°29'22'30"	40°38'58"
$d_f - d_c$	14°59"	39°50"	49°38"	2°43'42"

Tabel 2

De indices van e_2 en d duiden de betreffende spectraallijnen aan



Figuur 3 De sturing van een bundel door middel van een stelsel van wiggen. De uitwijking wordt bepaald door de verdraaiing van de wiggen onderling en de richting door verdraaiing van het hele stelsel

Wiggen

Zoals gezegd worden dispersieprisma's met een kleine tophoek wiggen genoemd. Door deze geringe tophoek is niet alleen de afbuighoek gering, maar ook de kleurschifting. Dat betekent dat deze wiggen toegepast kunnen worden in optische meetinstrumenten waarbij een lichtbundel over een kleine hoek van richting moet worden veranderd. Een voorbeeld hiervan is de optische afstandsmeter, die in zeer grote aantallen in de tweede wereldoorlog zijn gebruikt.

Tegenwoordig worden wiggen gebruikt om o.a. laserbundels te sturen. Omdat het licht van een laser monochromatisch is, kan er dus geen kleurschifting optreden. Voor het sturen van de bundel worden twee identieke prisma's gebruikt, die tegengesteld aan elkaar worden verdraaid. Het eerste prisma zorgt ervoor dat het spoor dat de bundel zou tekenen een cirkel is; hetzelfde doet het tweede prisma, echter tegengesteld. De resultante hiervan is een bundel die een rechtlijnig spoor volgt. Daardoor kan dus, afhankelijk van de hoekverdraaiing t.o.v. elkaar, een bepaalde afstand vanaf de neutrale positie bereikt worden. De maximale afbuiging is, volgend uit het voorgaande, de dubbele afbuiging van één wig. De afbuiging van de verdraaide wiggen is gelijk aan:

$$d_t = 2d \cdot \cos p$$

Door de hele combinatie te verdraaien kan de laserbundel naar elke gewenste

plaats worden aangestuurd welke ligt binnen een cirkel met een diameter van:

$$\varnothing d = s \cdot \tan d_t$$

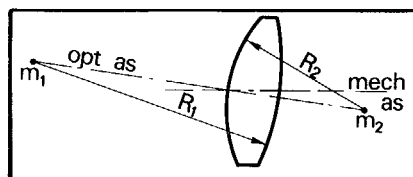
Hierbij is s de afstand van het wigstelsel tot het scherm waarop gestraald wordt.

In figuur 3 zijn de posities van enkele extreme stuurposities getekend. De neutrale positie is A. Hierbij wordt de oorspronkelijke richting van de straal niet gewijzigd. Bij de overige posities is elke keer de maximale uitwijking gegeven resp. naar boven, links, beneden en rechts.

Lenzen

In het voorgaande is duidelijk geworden dat met behulp van prisma's de richting van een lichtstraal veranderd kan worden. Wat prisma's gemeen hebben is dat ze zelf geen afbeelding vormen. Brekende optiek die dat wel doet zijn lenzen.

Een lens bezit over het algemeen twee bolvormige oppervlakken. Eén van deze bolvlakken kan ook vlak zijn. Zouden beide vlakken geen kromming bezitten



Figuur 4 Een lens, let op het verschil tussen de optische as en de mechanische as

dan is er een venster ontstaan. Bolvormige vlakken welke buitenwaards gekromd zijn worden convexe vlakken genoemd. Is het bolvlak binnenwaards gekromd, dan wordt dit concaaf genoemd. Een plat vlak wordt plan genoemd.

De verbindinglijn tussen de kromtemiddelpunten van de bolvormige vlakken wordt de optische as genoemd; zie figuur 4.

Bij een lens met een plan vlak is de optische as de loodlijn die vanuit het kromtemiddelpunt van het gekromde vlak wordt neergelaten op het plan vlak. Er kan onderscheid worden gemaakt tussen positieve en negatieve lenzen. Bij positieve lenzen is de middendikte groter dan de randdikte. Bij negatieve lenzen is het omgekeerd, daar is de randdikte groter dan de middendikte. Met de volgende terminologie kunnen positieve lenzen onderverdeeld worden in:

- a. bi-convex (dubbelbol),
 - b. concaaf-convex (positiefmeniscus),
 - c. plan-convex (plathol)
- Voor negatieve lenzen is deze:
- d. bi-concaaf (dubbelhol),
 - e. convex-concaaf (negatiefmeniscus),
 - f. plan-concaaf (plathol).

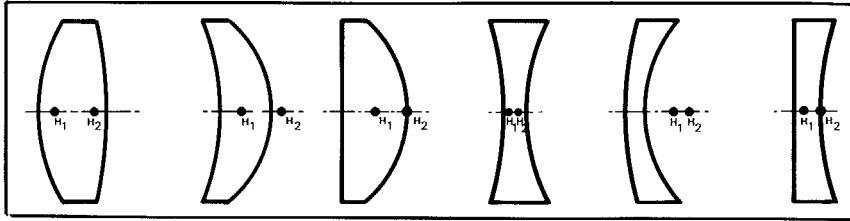
Zie hiervoor figuur 5; op de betekenis van de punten H₁ en H₂ wordt later ingegaan

Deze gekromde vlakken zijn bij een gewone lens rotatiesymmetrisch. Dat betekent dat een willekeurige doorsnede door de top altijd een deel van een en dezelfde cirkel is, de kromtestraal van het lensvlak. Heeft het lensvlak in één vlak (XYZ) een kromming en in de richting loodrecht daarop geen kromming, dus plan, en is het andere lensvlak gelijksoortig of plan, dan wordt gesproken van een cilinderlens.

Een andere mogelijkheid, die vaak bij brillenglazen voorkomt, is dat één lensvlak twee verschillende krommingen bezit. Daarmee wordt bedoeld dat de kromtestraal in b.v. het X-vlak afwijkt van de kromming in het Y-vlak. In dat geval wordt gesproken van torische lenzen.

Natuurlijk komen er, net zoals bij spiegels, ook asferische lensvormen voor. De meest gebruikte asferische lenzen zijn condensorenlenzen in film- of diaprojectoren.

Een lichtstraal welke evenwijdig aan de optische as de lens binnentreedt wordt bij een positieve lens naar de optische as toe gebroken. Een evenwijdige bundel is dus na passage van de lens convergerend. Bij een negatieve lens wordt deze straal van de optische as af gebroken. Dientengevolge verlaat een evenwijdig binnentredende bundel de lens divergerend.



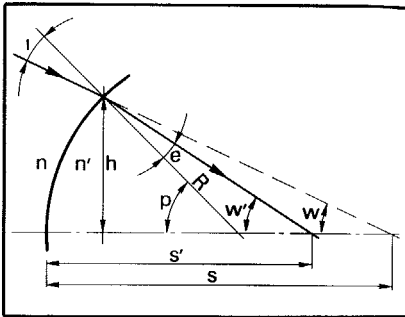
Figuur 5 De verschillende lensvormen. Van links naar rechts bi-convex, concaaf-convex, plan-convex, bi-concaaf, convex-concaaf en plan-concaaf. De punten geven de liggingen aan van de hoofdpunten

Dientengevolge heeft een positieve lens een reeel brandpunt achter de lens, gezien in de bewegingsrichting van het licht. Bij een negatieve lens is er een virtueel brandpunt voor de lens.

Breking aan een lens

De breking aan een lens is wat ingewikkelder van aard dan de reflectie aan een spiegel. Bij een lens moet rekening worden gehouden met de wet van Snellius. Net zoals het geval is bij spiegels kan ook hier weer onderscheid worden gemaakt tussen het paraxiale gebied en daterbuiten. In figuur 6 is de breking aan een sferisch lensvlak weergegeven. Hierin is:

- h: invalshoogte aan de lens vanaf de optische as
- R: de kromtestraal van het lensvlak. Hierbij geldt: als de bolle kant naar links wijst is $R = +$, als de holle kant naar links wijst is $R = -$



Figuur 6 Breking van een sferisch vlak, voor verklaring zie tekst

- s: afstand van de plaats waar de ongebroken straal de optische as snijdt tot de top van het vlak
- s': idem, echter voor de gebroken straal
- i: hoek van inval
- e: hoek van uitval
- w: hoek tussen de straal en de optische as voordat de straal gebroken is
- w': hoek tussen de straal en de optische as nadat de straal gebroken is
- p: middelpuntshoek bepaald door de optische as en de R getrokken naar de plaats waar de straal het optisch vlak snijdt
- n: brekingsindex voor de breking
- n': brekingsindex na de breking.

De afleidingen zien er dan als volgt uit (paraxiaal gebied):

$$w + i = p$$

$$w' + e = p$$

$$\text{dus. } w + i = w' + e$$

$$w = h/s$$

$$w' = h/s'$$

$$\text{dus:}$$

$$i = p - w = h/R - h/s = h \cdot (1/R - 1/s)$$

$$e = p - w' = h/R - h/s' = h \cdot (1/R - 1/s')$$

Dit ingevuld in $i/e = n'/n$ geeft:

$$n \cdot h \cdot (1/R - 1/s) = n' \cdot h \cdot (1/R - 1/s'), \text{ of}$$

$$n \cdot (1/R - 1/s) = n' \cdot (1/R - 1/s')$$

Deze formule kan herleid worden naar s'.

$$s' = \frac{n'}{\frac{n}{s} + \frac{n' - n}{R}}$$

of

$$s' = \frac{1}{\frac{1}{R} - \frac{n}{n'} \cdot (\frac{1}{R} - \frac{1}{s})}$$

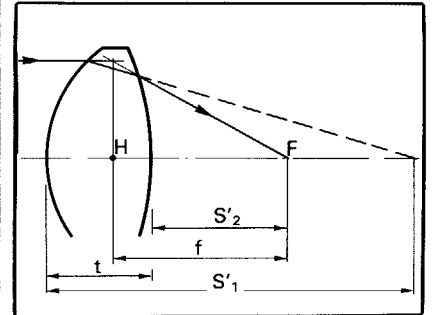
In deze formules komt de invalshoogte niet meer voor. Dat betekent dus dat stralen onafhankelijk van de invalshoogte steeds dezelfde s' hebben, dus elkaar in één punt snijden. Dit punt wordt het paraxiale brandpunt F genoemd.

Bovenstaande afleiding geldt echter voor één vlak. Omdat een lens altijd twee vlakken heeft moet deze procedure herhaald worden voor elk volgend vlak v. Als de dikte van de lens t is, dan is

$$s_{v+1} = s'_v - t_v$$

Op deze manier kan de ligging van het brandpunt t.o.v. het laatste lensvlak van een enkel- of meervoudig lensstelsel worden bepaald. Ook met behulp van deze berekeningen wordt de brandpuntsafstand f hiervan berekend; zie figuur 7. In de vorige aflevering is gesteld dat de brandpuntsafstand gelijk is aan de afstand van het brandpunt tot die plaats waar de beeldvormende lichtkegel dezelfde afmetingen heeft als de intredende bundel. De plaats waar deze afmetingen gelijk zijn wordt het hoofdvlak H genoemd, dat de optische as

snijdt in het hoofdpunt. Omdat bij de voorgaande afleiding de invalshoogte, dus ook de bundeldiameter, niet meer voorkomt moet dus met behulp van de nu bekende gegevens de brandpuntsafstand van een optisch element of systeem bepaald worden.



Figuur 7 Brandpuntsafstand en ligging van een hoofdvlak van een lens

Wordt er voor het gemak even van uitgegaan dat het slechts één optisch vlak betreft, zoals bij een spiegel, dan is de brandpuntsafstand gelijk aan s'. Dit is als volgt te schrijven:

$$\frac{s'_1}{h} = \frac{f}{h}$$

Als er meer optische vlakken zijn, bijeen lens zijn dat er minimaal twee, dan wordt deze procedure herhaald, zodat

$$\frac{f}{h} = \frac{s'_2}{h_1}$$

Hierbij is h₁ de invalshoogte aan het volgende lensvlak.

h₁ kan echter berekend worden uit de kegel die bestaat uit h en s'₁ en de dikte van de lens t. Dan geldt:

$$h_1 = \frac{s'_1 - t}{s'_1} \cdot h$$

dit is dus.

$$h_1 = \frac{s_2}{s'_1} \cdot h$$

Substitutie geeft.

$$\frac{f}{h} = \frac{s'_2}{h_1} = \frac{s'_2}{\frac{s_2}{s'_1} \cdot h} = \frac{s'_1 \cdot s'_2}{s_2 \cdot h}$$

zodat.

$$f = \frac{s'_1 \cdot s'_2 \cdot s'_3 \cdot \dots}{s_2 \cdot s_3 \cdot \dots}$$

De plaats waar de uittrekkende convergerende of divergerende bundel dezelfde diameter heeft als de parallel invallende bundel wordt het hoofdvlak genoemd. Met behulp van f en de laatste s' wordt de plaats van het hoofdvlak berekend t.o.v. de top van de krommingen.

Een lens of optisch systeem bezit twee hoofdvlakken. Het ene hoofdvlak geldt als wordt verondersteld dat het licht van links het systeem binnentreedt, het andere geldt als het licht van rechts binnentreedt. De liggingen van de hoofdvlakken voor de karakteristieke lensvormen zijn weergegeven in figuur 5

Omdat bij deze laatste berekeningen het licht van rechts naar links gaat, dus tegengesteld aan de normale richting wordt de volgende afspraak gemaakt.

Het teken van de brekingsindex van een medium wordt bepaald door de richting waarin een lichtstraal beweegt. Is de bewegingsrichting van links naar rechts (de normale richting), dan is de brekingsindex positief, is deze van rechts naar links, dan is de brekingsindex negatief. Hieruit kunnen we concluderen dat de brekingsindex na een spiegelend oppervlak gelijk doch tegengesteld van teken is

Berekeningsvoorbeelden

1. Biconvexlens met de kromtestralen van 100 en 600 mm, een dikte van 10 mm en een brekingsindex van 1,5
2. Een twee-spiegelopstelling waarbij de eerste spiegel hol en de andere bol is met kromtestralen van resp. 1200 en 600 mm en een onderlinge afstand van 400 mm.

Gevraagd te berekenen: de brandpuntsafstand, de ligging van het brandpunt en van de hoofdpunten.

Voorbeeld 1

$s_1 = \text{oneindig}$
 $R_1 = 100 \text{ mm}$
 $n_1 = 1$
 $n'_1 = 1,5$
 Formule s' geeft $s'_1 = 300 \text{ mm}$

$s_2 = 300 - 10 = 290 \text{ mm}$
 $R_2 = -600 \text{ mm}$
 $n_2 = 1,5$
 $n'_2 = 1$
 Formule s' geeft $s'_2 = 166,507 \text{ mm}$
 Formule f geeft $f = 172,248 \text{ mm}$
 De ligging van het hoofdvlak is dan $s'_2 - f = 166,507 - 172,248 = -5,741 \text{ mm}$

De berekening in de andere richting:
 $s_1 = \text{oneindig}$
 $R_1 = -600 \text{ mm}$
 $n_1 = -1$
 $n'_1 = -1,5$
 Formule s' geeft $s'_1 = -1800 \text{ mm}$

$s_2 = -1800 + 10 = -1790 \text{ mm}$
 $R_2 = 100 \text{ mm}$
 $n_2 = -1,5$
 $n'_2 = -1$

Formule s' geeft $s'_2 = -171,291 \text{ mm}$
 Formule f geeft $f = 172,248 \text{ mm}$
 De ligging van het hoofdvlak is dan $s'_2 - f = -171,291 + 172,248 = 0,957$
 De afstand tussen de hoofdpunten is dus $10 - 5,741 - 0,957 = 3,301 \text{ mm}$

Voorbeeld 2.

$s_1 = \text{oneindig}$
 $R_1 = -1200 \text{ mm}$
 $n_1 = 1$
 $n'_1 = -1$
 Formule s' geeft $s'_1 = -600 \text{ mm}$

$s_2 = -600 - (-400) = -200 \text{ mm}$
 $R_2 = -600 \text{ mm}$
 $n_2 = -1$
 $n'_2 = 1$
 Formule s' geeft $s'_2 = 600 \text{ mm}$
 Formule f geeft $f = 1800 \text{ mm}$

De ligging van het hoofdvlak is dan $s_2 - f = 600 - 1800 = -1200 \text{ mm}$

De berekening in de andere richting:
 $s_1 = \text{oneindig}$
 $R_1 = -600 \text{ mm}$
 $n_1 = -1$
 $n'_1 = 1$
 Formule s' geeft $s'_2 = -300 \text{ mm}$

$s_2 = -300 - 400 = -700 \text{ mm}$
 $R_2 = -1200 \text{ mm}$
 $n_2 = 1$
 $n'_2 = -1$

Formule s' geeft $s'_2 = -4200 \text{ mm}$
 Formule f geeft $f = -1800 \text{ mm}$
 De ligging van het hoofdvlak is dan $s'_2 - f = -4200 + 1800 = -2400 \text{ mm}$

De ligging van de hoofdpunten is dus afhankelijk van de krommingen en brekingsindices van het medium (de media)

Rekening houdend met de voorgaande afspraken kan de brandpuntsafstand van een enkelvoudige lens eenvoudiger berekend worden. Onderstaande formule geldt echter alleen als de dikte van de lens klein is in verhouding tot de brandpuntsafstand.

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n - 1)$$

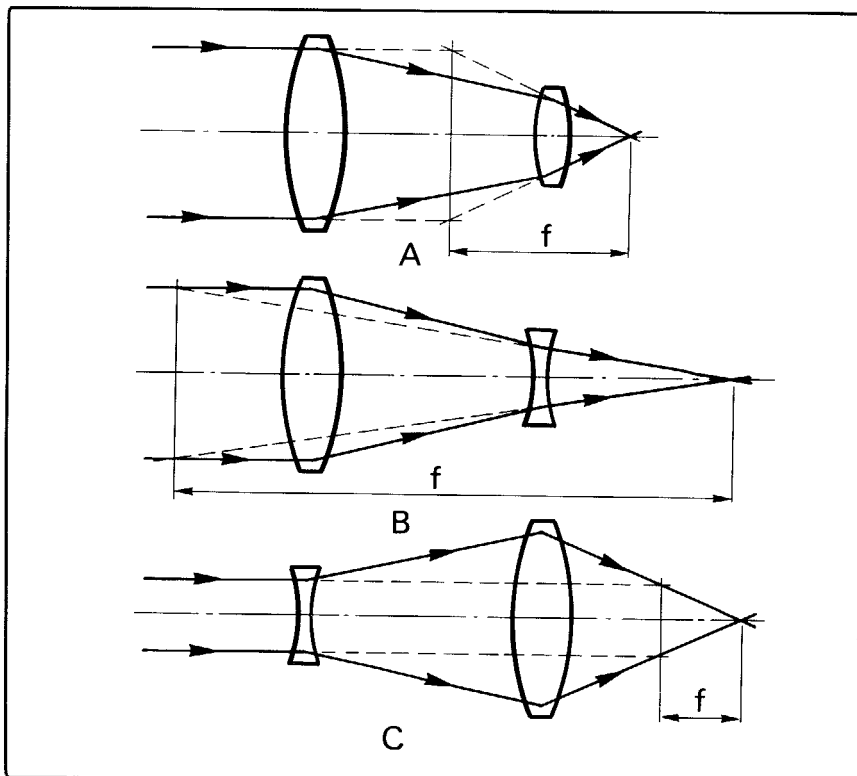
Worden de gegevens van het eerste voorbeeld ingevuld dan is:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{100} - \frac{1}{600} \cdot (1,5 - 1)$$

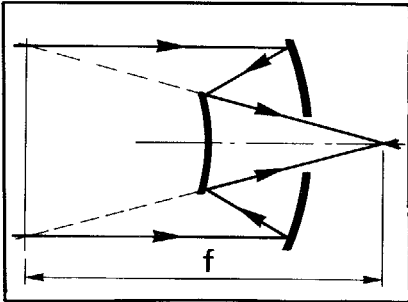
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{0,005833}$$

$$f = 171,428 \text{ mm}$$

De fout welke hier gemaakt wordt is bij een lensdikte van 10 mm ongeveer 0,5%



Figuur 8 Lenscombinatie met positieve en negatieve lenzen. Let op de bouwlengte in vergelijking met de brandpuntsafstand



Figuur 9 Opstelling van twee spiegels

Lenscombinaties

Door lenzen te combineren kan de grootte van de brandpuntsafstand en de ligging van het brandpunt op gewenste waarden gebracht worden. Voorbeelden hiervan zijn gegeven in de figuren 8 en 9. De combinatie A in figuur 8 komt niet zo vaak voor. De combinatie B in figuur 8 wordt veelal toegepast bij teledozers.

Dit systeem wordt ook wel dialyt-systeem genoemd. De eigenschap van deze opbouw is dat de bouwlengte aanmerkelijk korter kan zijn dan de brandpuntsafstand van het optische systeem. De combinatie C in figuur 8 wordt toegepast bij groothoekobjectieven waarbij de afstand van het laatste lensvlak tot het beeldvlak te klein zou zijn om bijvoorbeeld in een camerahuis te monteren. Bij deze combinatie is de bouwlengte dus groter dan de brandpuntsafstand. De combinatie wordt ook wel retrofocus-type genoemd.

Voor de bepaling van de brandpuntsafstand van lenscombinaties is ook een vereenvoudiging mogelijk. Ook deze vereenvoudiging geldt alleen als de lenzen dun zijn.

De brandpuntsafstand van een combinatie is gelijk aan:

$$f_{\text{eff}} = \frac{f_1 \cdot f_2}{f_1 + f_2 - d}$$

Er zijn niet alleen lenscombinaties mogelijk maar ook combinaties met spiegels.

Telescopische combinaties

Optische systemen welke een evenwijdige invallende bundel focuseren tot een reeel of virtueel brandpunt worden focale systemen genoemd. Het brandpunt van zo'n systeem ligt dus, binnen redelijke grenzen, in de buurt van het optische systeem. Het is echter ook mogelijk dat bij een optisch systeem het brandpunt in het oneindige ligt. In dat geval is de uittredende lichtkegel niet convergent of divergent maar net zoals de intredende bundel evenwijdig. In dat geval wordt er gesproken van een telescopisch of ook wel afociaal systeem.

[List

```

10 REM      LENS PROGRAMMA
20 REM      =====
30 INPUT "AANTAL LENSVLAKKEN ";AL
40 AL = INT (AL)
50 IF AL = < 1 THEN 30
60 DIM R(AL),D(AL),N(AL)
70 N(0) = 1
80 N(AL) = 1
90 PRINT
100 FOR V = 1 TO AL
110 PRINT V;
120 INPUT "E KROMTESTRAAL ",R(V)
130 IF R(V) = 0 THEN 110
140 IF V = AL THEN 180
150 PRINT V,
160 INPUT "E AFSTAND TOT VOLGENDE VLAK ",D(V)
170 DT = DT + D(V)
180 PRINT V,
190 INPUT "E BREKINGS INDEX NA VLAK ",N(V)
200 IF N(V) = 0 THEN 180
210 PRINT
220 NEXT V
230 INPUT "AFSTAND TOT OBJECT ";AO
240 IF AO = 0 THEN 230
250 PRINT
260 F = 1
270 S = 1E20
280 FOR V = 1 TO AL
290 SH = 1 / R(V) - N(V - 1) / N(V) * (1 / R(V) - 1 / S)
300 IF ABS (SH) < 1E - 20 THEN SH = (SGN (SH) + SH = 0) * 1E - 20
310 S1 = 1 / SH
320 F = F * S1
330 IF V = AL THEN 360
340 S = S1 - D(V)
350 F = F / S
360 NEXT V
370 SL = S1
380 S = - 1E20
390 FOR V = AL TO 1 STEP - 1
400 SH = 1 / R(V) - N(V) / N(V - 1) * (1 / R(V) - 1 / S)
410 IF ABS (SH) < 1E - 20 THEN SH = (SGN (SH) + SH = 0) * 1E - 20
420 S1 = 1 / SH
430 IF V = 1 THEN 450
440 S = S1 + D(V - 1)
450 NEXT V
460 SR = S1
470 HL = SL - F
480 HR = SR + F
490 HH = DT + HL - HR
500 S = AO
510 FOR V = 1 TO AL
520 SH = 1 / R(V) - N(V - 1) / N(V) * (1 / R(V) - 1 / S)
530 IF ABS (SH) < 1E - 20 THEN SH = (SGN (SH) + SH = 0) * 1E - 20
540 S1 = 1 / SH
550 IF V = AL THEN 570
560 S = S1 - D(V)
570 NEXT V
580 SO = - AO - HR
590 IF SO = 0 THEN SO = 1E - 20
600 SA = S1 - HL
610 V = SA / SO
620 PRINT "BRANDPUNTSAFSTAND ",F
630 PRINT "LIGGING F1 ",SR
640 PRINT "LIGGING F2 ",SL
650 PRINT "LIGGING H1 ",HR
660 PRINT "LIGGING H2 ",HL
670 PRINT "AFSTAND H1-H2 ",HH
680 PRINT "LIGGING AFBEELD ",S1
690 PRINT "VERGROTING ",V
700 END

```

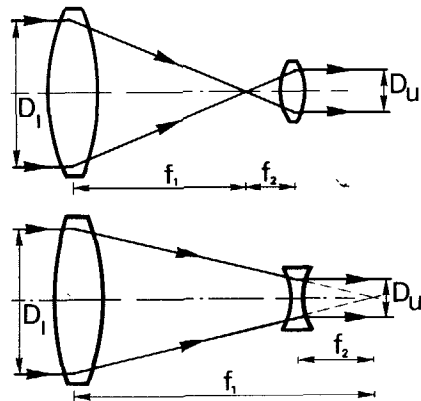
Deze afocale systemen zijn bijvoorbeeld astronomische of terristrische kijkers. De opstelling met twee positieve lens-systemen wordt een Kepler-systeem genoemd en geeft een omgekeerd beeld. De opstelling met een positieve en negatieve lenscombinatie wordt Galileische of Hollandse kijker genoemd men geeft een rechtopstaand beeld. De uittredende evenwijdige bundel kan door het oog worden gefocuseerd. Is de diameter van deze bundel kleiner dan de intredende bundel dan heeft dit systeem een vergroting van:

$$V = d_i/d_o$$

Omdat de uittredende bundel evenwijdig is, is de brandpuntsafstand van een afocaal systeem oneindig. Dat betekent dat de vereenvoudigde formule voor de bepaling van de brandpuntsafstand een noemer gelijk aan nul moet hebben. In dit geval is de afstand tussen de lenzen dus gelijk aan de som van de twee brandpuntsafstanden

Uit figuur 10 is duidelijk dat er dus ook geldt dat de vergroting gelijk is aan:

$$V = f_1/f_2$$

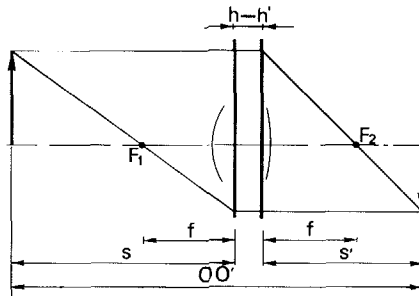


Figuur 10 Telescopische of afocale opstelling
Boven: astronomische kijker
Onder: terristrische kijker

Beeldvorming van een lens-systeem

De beide hoofdpunten zijn in principe de punten waardoor een heel optisch systeem kan worden vervangen. Door de lenswerking te laten plaatsvinden in de hoofdvlakken kan een afbeelding van een object worden geconstrueerd. De werkwijze is weergegeven in figuur 11 en kan als volgt worden beschreven. Allereerst worden voor de bewegingsrichtingen van het licht van links naar rechts en ook van rechts naar links de liggingen van het brandpunt F_1 en F_2 en de hoofdvlakken H_1 en H_2 bepaald.

Vervolgens wordt voor een punt van het object dat niet op de optische as ligt, een straal evenwijdig aan de optische as getekend tot het vlak H_2 . Vervolgens wordt de straal gebroken en verder getrokken door het brandpunt F_2 . Dit is eveneens herkenbaar in figuur 7. Vervolgens wordt van datzelfde punt van het object een straal getrokken door het brandpunt F_1 tot aan het hoofdvlak H_1 . Bij dit hoofdvlak wordt de straal gebroken en evenwijdig aan de optische as doorgetrokken. Daar waar deze straal en de vorige straal elkaar snijden ligt de afbeelding van het punt van het object van waaruit de constructie werd gestart.



Figuur 11 De constructie van de beeldvorming aan een optisch systeem. Hierbij is het hele optische systeem vervangen door de twee hoofdvlakken

Let wel. Bij complex samengestelde systemen kunnen de plaatsen H_1 en H_2 in volgorde verwisseld zijn. Aan de hand van de figuur kan ook worden bepaald wat de vergroting V is. Deze komt overeen met de formule bij spiegels

$$V = s'/s$$

De afstand tussen het object en de afbeelding wordt de optische weglengte genoemd. Deze is.

$$OO' = s + s' + HH'$$

Zoals geldt voor spiegels, geldt ook hier

$$1/s + 1/s' = 1/f$$

PROGRAMMA

Opmerkingen ten aanzien van het gebruik van het computerprogramma

INVOERGEGEVENS:

- a. Kromtestralen:
 - middelpunt rechts van het vlak: $R = +$
 - middelpunt links van het vlak: $R = -$
 - is het vlak plan: $R = 1E20$

- b. Afstand tot volgende vlak:
 - Vlak ligt verder (links-rechts) dan het vlak waar zojuist de kromtestraal werd opgegeven: $D = +$
 - vlak ligt terug (rechts-links) $D = -$
- c. Brekingsindex na het vlak:
 - Gaat het licht in het medium van links naar rechts, dan is de index $+$; gaat het van rechts naar links dan index $-$
- d. Afstand tot het object:
 - Ligt het object links van het systeem dan is de afstand negatief, ligt het object rechts van het systeem dan is de afstand positief.
 - Opgeven afstand tot eerste lensvlak

DE RESULTATEN

- a. Brandpuntsafstand.
 - pos. systeem is positief (reële afb.)
 - neg. systeem is negatief (virtuele afb.)
- b. Ligging F_1 :
 - neg. F_1 ligt vóór eerste lensvlak
 - pos. F_1 ligt achter eerste lensvlak
- c. Ligging H_1 :
 - pos. H_1 ligt achter het eerste lensvlak
 - neg. H_1 ligt vóór het eerste lensvlak
- d. Ligging F_2 en H_2 :
 - Als voor F_2 en H_2 echter ten opzichte van het laatste lensvlak
- e. Afstand H_1-H_2 :
 - Afstand tussen de beide hoofdvlakken.
 - pos: normale positie
 - neg: met elkaar verwisseld.
- f. Ligging afbeelding:
 - Plaats van de afbeelding t.o.v. het laatste lensvlak.
 - pos. afbeelding ligt achter het lensvlak
 - neg: afbeelding ligt vóór het lensvlak
- g. Vergroting:
 - pos: beeld staat rechtop (zelfde als object)
 - neg: beeld staat omgekeerd (tegengesteld als object)

Literatuur

- [1] Optics, Hecht, Addison Wesley Publishing Company
- [2] Fundamentals of Optics, F.A. Jenkins en H.E. White, McGrawhill Bookcompany
- [3] Technische Optik, G. Schroder, Vogel Buchverlag
- [4] Bauelemente der Optik, H. Naumann, G. Schroder, Carl Hanser Verlag
- [5] Inleiding in de Optica, A.C.S. van Heel, Martinus Nijhoff
- [6] Telescope Optics, H. Rutten, M. van Venrooij, Willmann Bell inc.