

Wrijving, hysteresis, fixeren en microslip (deel 1)

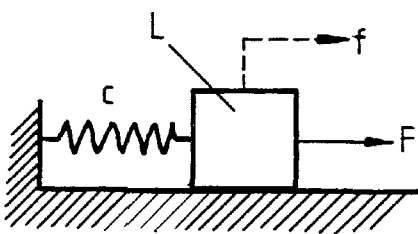
Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren (11)

P.C.J.N. Rosielle, E.A.G. Reker, M.P. Koster

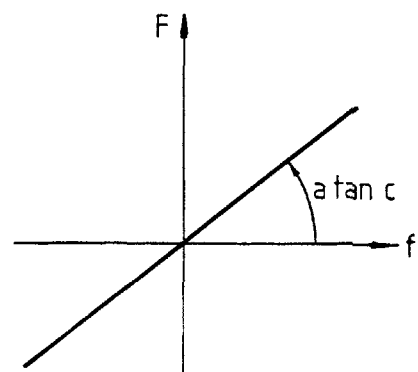
Wrijving, hysteresis, fixeren en microslip

Hysteresis

Is een lichaam op zijn plaats gebracht, bijvoorbeeld door de in Mikroniek 32(1992)6 en 33(1993)1 beschreven werkwijze toe te passen, dan wil men het in die positie fixeren. Een belangrijke vraag die zich dan voordoet is of de gefixeerde positie ook inderdaad wordt gehandhaafd. Hierbij moet men denken aan de vraag of het lichaam in de originele positie terugkomt nadat het lichaam of het freem waarop het is gemonteerd, belast is geweest of nadat een inhomogene temperatuur-verdeling is opgetreden. In beide gevallen is er namelijk sprake van (elastische) vervorming van het lichaam ten opzichte van zijn omgeving. Treedt in de belaste situatie verschuiving op ter plaatse van de verbindende elementen,



Figuur 108.



Figuur 109.

dan is het vrijwel zeker dat in de onbelaste toestand de positie is veranderd. Een fraai voorbeeld is de c.v.-installatie, menigmaal zeker niet wrijvingsloos opgehangen en elke keer na het aanslaan van de ketel weer luidruchtig meedelend dat er warm water doorstroomt.

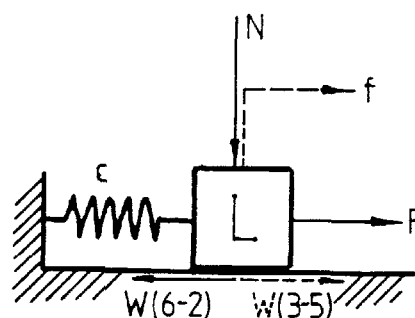
Hysteresis is hier het leidende begrip.

In figuur 108 is het lichaam (L) met een stijfheid (c) wrijvingsloos aan een freem verbonden.

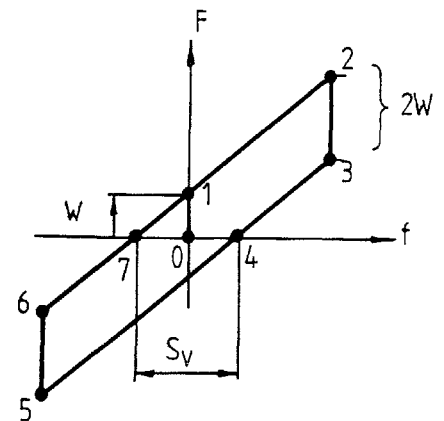
Het verband tussen de (elastische) verplaatsing (f) en de belasting (F) op L wordt in statische karakteristiek van figuur 109 weergegeven: $c=dF/df$.

Is er sprake van wrijving tussen het lichaam (L) en het freem, parallel aan de verbinding (met stijfheid c), zoals in figuur 110 aangegeven, dan moet eerst de wrijving overwonnen zijn, $F > W$, voordat L in beweging komt.

In figuur 111, de statische karakteristiek, stijgt de kracht van (0) naar (1), waarbij $f=0$ blijft. Daarna wordt de verbinding elastisch vervormd bij toenemende $F > W$. Laten wij, vanaf (2), de belasting afnemen, dan blijft L in evenwicht (dus geen beweging) totdat het belastingsniveau $2W$ is gedaald. De wrijvingsvector (W) is nu in zijn volle omvang van richting omgekeerd; het "inkrimpen" van de elastische constructie (c) kan nu beginnen, tot, bij (4) de belasting $F=0$ geworden is. In (4) is (L) onbelast in evenwicht.



Figuur 110. $W = \mu N$



Figuur 111.

Er is dan een uitwijking $f_4 = W/c$. Terugschuiven naar de uitgangspositie kan alleen door de kracht te veranderen tot $F=-W$ (duwen dus). De volledige lus van figuur 111 wordt voltooid door de kracht in de negatieve richting op te voeren tot (5). Tenslotte sluiten we vanaf (1) aan op het reeds getrokken deel van de hysteresislus.

De grootte van het deel 0+1 hangt af van de voorgeschiedenis van de constructie en is absoluut onvoorspelbaar. Bij het registreren van een hysteresislus is het raadzaam in elk geval door te gaan tot het eerste deel van de lus (1+2-3+4) een tweede keer is doorlopen, om er zeker van te zijn dat men de voorgeschiedenis kwijt is. Men kan de hysteresis immers zien als een geheugenmechanisme. Alle punten tussen 4 en 7 op de lijn $F=0$ geven posities aan, waarin L in evenwicht is zonder externe belasting.

Deze plaatsonbepaaldheid noemt men de virtuele speling:

$$s_v = 2W/c,$$

omdat hij zich manifesteert als een plaatsonbepaaldheid zoals die zich ook voordoet in een mechanisme met speling.

De virtuele speling, tweemaal de wrijving gedeeld door de stijfheid, is klein als de wrijving klein is respectievelijk als de constructie stijf is.

Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren (11)

Het mechanisme met de spelingen s_1 en s_2 van figuur 112 vertoont de statische karakteristiek van figuur 113, met een plaatsonbepaaldheid ter grootte van de som der spelingen.

Een mechanisme of constructie kan op meer plaatsen lijden aan hysteresis. Figuur 114 toont een statisch model van een mechanisme.

Aanbrengen van de aangroeiende kracht F zal, tot $F = W_1$ slechts c_1 doen uitrekken. Vanaf (1) begint L_1 te slippen, nu wordt ook c_2 uitgerekt; de stijfheid is $1/(1/c_1+1/c_2)$, tot in c_2 een krachtniveau gelijk aan W_2 is bereikt (2). Vanaf dat punt slijpt ook L_2 ; nu wordt bovendien c_3 uitgerekt; de stijfheid is $1/(1/c_1+1/c_2+1/c_3)$.

Laten wij, vanaf (3) de kracht geleidelijk dalen, dan zal alleen c_1 "inkrimpen" tot de kracht $2W_1$ is afgenomen (4). Dan is de wrijvingsvector W_1 volledig omgekeerd en slijpt L_1 zodat nu ook de stijfheid c_2 kan "inkrimpen"; de stijfheid is nu $1/(1/c_1+1/c_2)$. Is in c_2 de kracht met $2W_2$ gedaald dan is W_2 volledig omgekeerd; vanaf (5) slijpt ook L_2 .

De stijfheid is nu $1/(1/c_1+1/c_2+1/c_3)$, enz. De virtuele speling is $s_v=2(W_1+W_2) \cdot (1/c_1+1/c_2+1/c_3)$. Vergelijken wij figuur 115 met figuur 111 dan is duidelijk dat de aanwezigheid van hysteresis op meer plaatsen in de constructie aanleiding geeft tot verschillende hellingen na de krachtomkeerpunten.

Voortschrijdend slipfront

In het algemeen is de hysteresis over de gehele constructie verdeeld.

Men zal dan ook een karakteristiek als

die van figuur 115a registreren, samenhangend met een door de constructie *voortschrijdend slipfront*, dat optreedt als de belasting vanaf nul toeneemt (punt 0), en na de omkeerpunten (3) en (7).

Het slipfront begint op de plaats waar de belasting aangrijpt en schrijft voort, in figuur 114 naar links. Een steeds groter deel van de constructie slijpt. Als de krachtsverandering voldoende doorzet slijpt op de duur de gehele constructie.

Hysteresis in klemverbindingen

In klemverbindingen, zoals die van figuur 116 wordt een belasting door middel van wrijving doorgeleid. Hierbij wordt in een wrijvingsvlak, belast door een normaalkracht, de belasting geleidelijk overgedragen. Aan weerszijden van de wrijvingsvlakken zal de belasting daarom niet dezelfde zijn.

Ook zal er in het algemeen geen gelijke stijfheid zijn van de aangrenzende constructiedelen. Deze beide redenen leiden ertoe dat er een ongelijke rekverdeling ter weerszijden van het wrijvingsvlak heerst. Uit het onderstaande zal dan ook blijken dat belastingdoorleiding in een klemverbinding in het algemeen gepaard gaat met micro-slip.

In de constructie van figuur 116 is een relatief dunne plaat (p) ingeklemd tussen twee relatief dikke blokken (b), die in langsricting (x) veel stijver zijn dan de ingeklemde plaat. De dwarscontractie bij het inklemmen laten we buiten beschouwing.

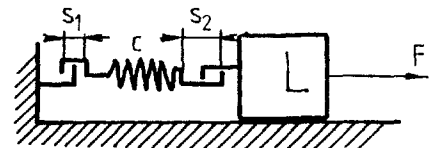
We nemen aan dat de normaalkracht in het wrijvingsvlak homogeen ver-

deeld is in de lengte- en breedterichting en dat de wrijvingscoëfficiënt uniform is. W is de wrijvingskracht per eenheid van inklemlengte.

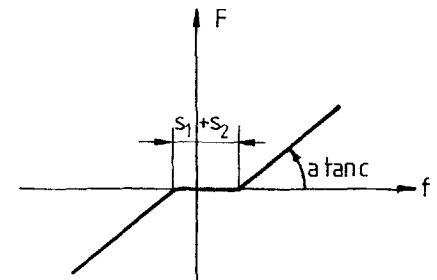
Voorts hanteren wij het aan de hand van figuur 115a geïntroduceerde begrip "voortschrijdend slipfront".

Belastingstoename vanuit de spanningsloze toestand

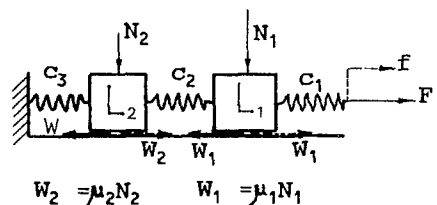
Als in figuur 116 de kracht F vanuit de spanningsloze toestand wordt opgevoerd, begint de strip vanuit C uit te rekken; er is vanaf $F>0$ *onmiddellijk* micro-slip. Bij een zekere F is het slipfront gevorderd tot een afstand s . In de



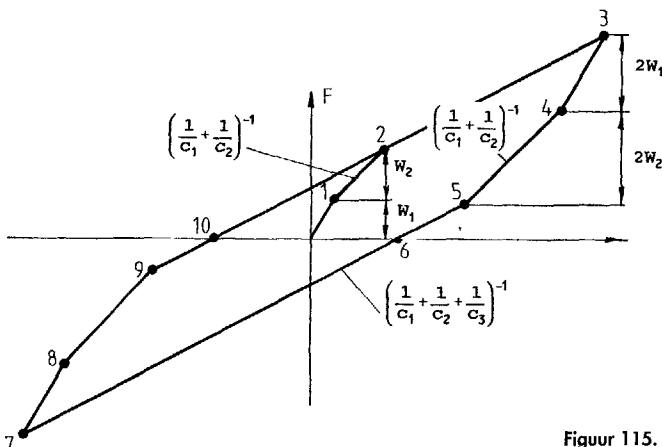
Figuur 112.



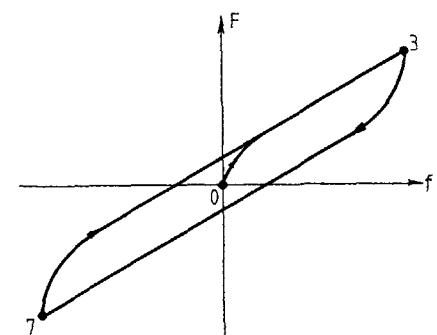
Figuur 113.



Figuur 114.



Figuur 115.



Figuur 115a.

doorsnede van de strip ter plaatse s geldt $\sigma=0$.

In het deel s van het wrijvingsvlak heerst de homogeen verdeelde wrijvingskracht (W), immers in elk deel van dat vlak is slip opgetreden.

De stijfheid van de inklemming is gelijk aan die van het slippende plaatdeel. Dit geldt tot $s=\ell$, (figuur 116), waarbij ℓ kleiner moet blijven dan de lengte van de bekken. Zodra de slipzone (s) zich over de hele bek uitstrekt is er sprake van macro-slip. Dan glijdt de plaat uit de bekken en is de stijfheid gelijk aan nul.

Afname van de belasting

Als in figuur 117 na een top de belasting afneemt, begint vanaf P onmiddellijk het "krimpen" van de strip. De micro-slip en dus de wrijving zijn nu van richting omgekeerd. Er loopt nu een nieuw slipfront de constructie in, een front dat de grens vormt tussen de twee micro-sliprichtingen. Bij een belasting $F < |W|\ell$ is het tweede slipfront gevorderd tot s . De doorsnede van de strip ter plaatse s is deze keer niet spanningsloos.

Ook nu is de stijfheid in de inklemming gelijk aan die van het slippende plaatdeel.

Alleen als de belasting varieert precies tussen $-|W|\ell < F < |W|\ell$ ontstaat een gesloten hysteresislus. Dan is de virtuele speling gelijk aan:
 $s_v = |W|\ell^2 / (2EA)$.

De virtuele speling is gelijk aan de helft van de rek in een plaat met een lengte gelijk aan de afstand waarover het slipfront bij de piekbelasting is doorgedrongen.

Een hysteresisarme inklemconstructie wordt bevorderd door de indringdiepte(ℓ) van het slipfront klein te houden. De in langsricting verdeelde normaalkracht $n=dN/dx$ moet dus groot zijn, hetgeen wordt gerealiseerd door een hoge vlaktedruk in de wrijvingsvlakken toe te laten.

Hysteresisvrije verbinding

Kenmerkend voor de met hysteresis behepte inklemming is het voortschrijdende slipfront. Als wordt gerealiseerd dat elk deeltje van het contactvlak op elk moment in gelijke mate bijdraagt aan de belastingoverdracht, dan treedt nergens micro-slip op. Eventuele

(macro-)slip treedt dan overal tegelijkertijd op.

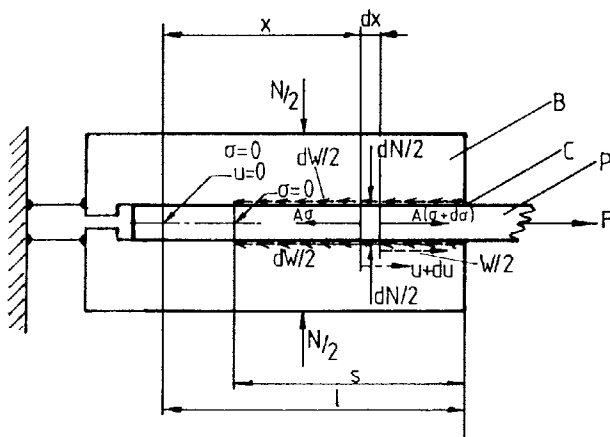
De plaatdikten dienen lineair te verlopen, zoals in figuur 118 is aangegeven. De verhouding der ongestoorde plaatdikten is de omgekeerde van die der respectievelijke elasticiteitsmoduli.

Lijmen

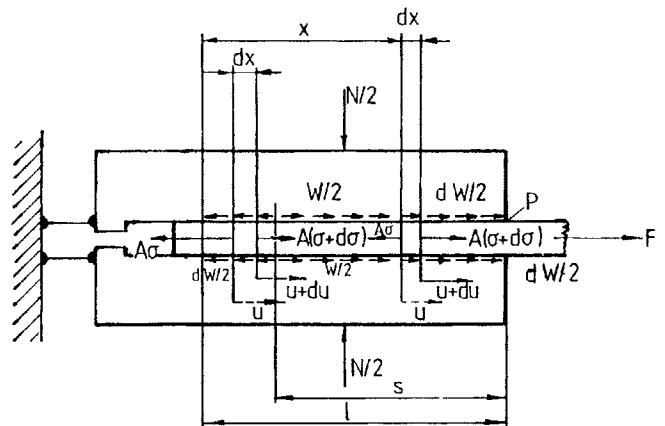
Een constructief probleem in figuur 118 is, hoe de gelijkmatig verdeelde normaalkracht aan te brengen met behulp van bekken met een naar nul verlopnde doorsnede. Een lijmverbinding kan hier goed tot zijn recht komen. Immers, het gehele gelijmde oppervlak wordt in gelijke mate belast en een normaalkracht is niet nodig.

Het vlinderdasje

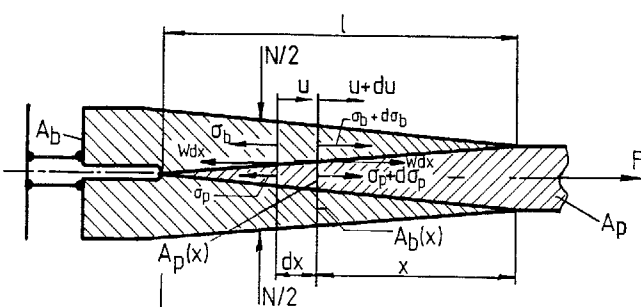
In figuur 111 en figuur 114 is de wrijving constant van grootte. Een veel voorkomend geval is echter dat de wrijving een functie is van de belasting op de constructie. Figuur 119 geeft zo'n geval schematisch weer. Bij aangroeiende belasting geldt: $F \uparrow = f \uparrow c / (1 - 2\mu b/a)$; de stijfheid is dan $c / (1 - \mu')$. Hierin is μ de wrijvingscoëf-



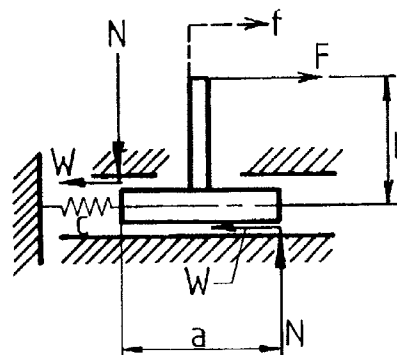
Figuur 116.



Figuur 117.



Figuur 118.



Figuur 119.

Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren (11)

ficiënt en $\mu' = 2\mu b/a$ de fictieve wrijvingscoëfficiënt.

Bij afnemende belasting geldt $F \downarrow = f \downarrow c / (1 + 2\mu b/a)$; de stijfheid is dan $c / (1 + \mu')$.

In het geval van de belastingsafhankelijke wrijving is de stijfheid afhankelijk van de vervormingrichting en van de (fictieve) wrijvingscoëfficiënt.

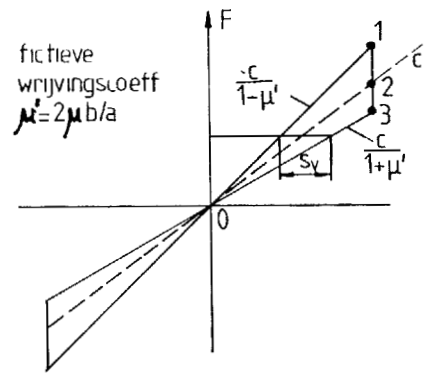
De virtuele speling is belastingsafhankelijk: $s_v = F \cdot 2\mu' / c$.

De eigenlijke stijfheid (c) is ook in figuur 120 aangegeven. In deze figuur is 1+2 ongelijk aan 2+3! s_v is klein als

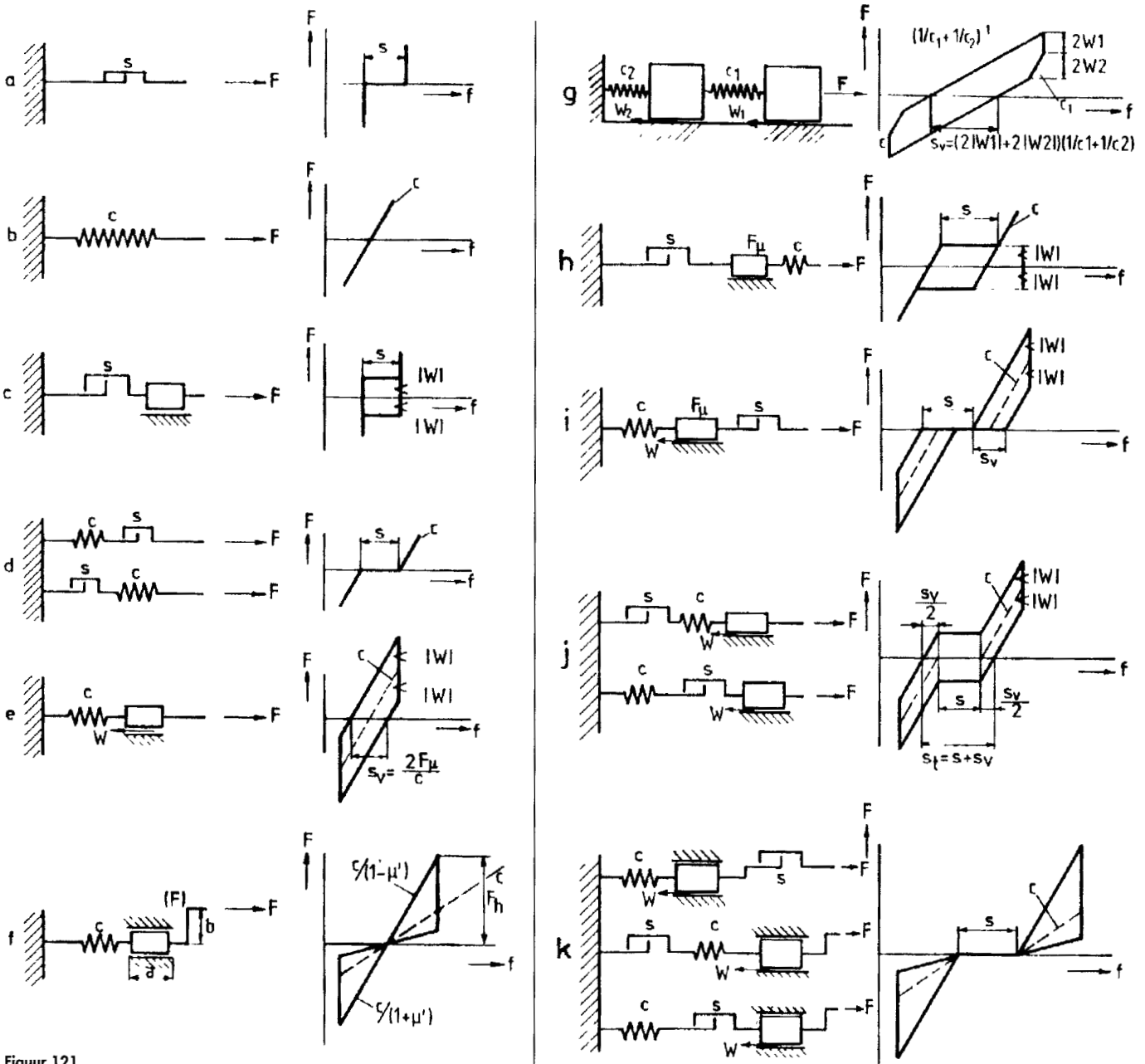
het niveau van de (voorspan)kracht (F) laag is, respectievelijk als de constructie stijf is en natuurlijk als men met de constructie ver uit de buurt van zelfremmendheid (schranken) blijft. Dit laatste treedt op als $2\mu b/a \geq 1$.

Statische karakteristiek als beoordelingsmaatstaf

Statische karakteristieken vormen een effectief hulpmiddel bij het beoordelen van de statische eigenschappen van een constructie of een mechanisme. Figuur 121 toont enkele karakteristieken



Figuur 120.



Figuur 121.

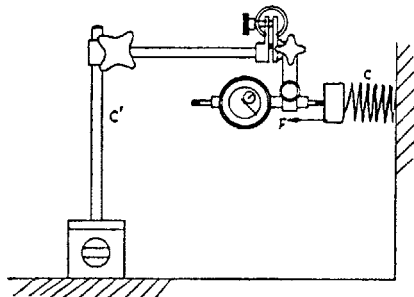
ristieken en de schema's die de bijbehorende constructies of mechanismen representeren.

Nadat een mechanisme aan zijn ingang geblokkeerd is, wordt aan de uitgang de verplaatsing gemeten als functie van de aan de uitgang aangebrachte belasting.

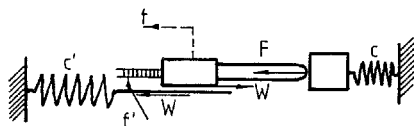
Men kan de stijfheid, de speling, en de hysteresis uitdrukken in een statische karakteristiek. Men geeft bijvoorbeeld in het F-f-vlak de contouren aan waarbinnen de statische karakteristiek van een nieuwe machine bij aflevering dient te liggen of men geeft aan bij de overschrijding van welke contour er revisie moet plaatsvinden.

Het meten van de statische karakteristiek

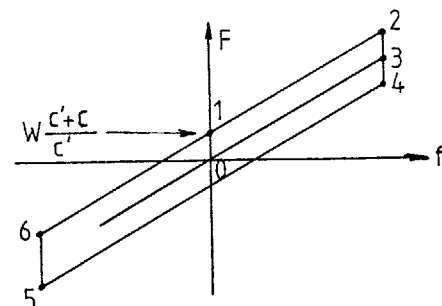
Het meten van hysteresislussen vereist een zekere routine. Zo is het, vooral bij het meten van grote stijfheden van belang een lichtlopende meetklok te gebruiken en deze heel stijf op te stellen. De opstelling van figuur 122, schematisch weergegeven in figuur



Figuur 122.



Figuur 123.



Figuur 124.

123, is er een waarbij de relatief lage stijfheid c' van het statief en de eigen wrijving van de meetklok ertoe kunnen leiden dat men ten onrechte een wrijving in de machine meent te constateren.

Een perfecte statische meting van het mechanisme met de stijfheid c , zou de statische karakteristiek $0 \rightarrow 3$ in figuur 124 hebben opgeleverd. Helaas wordt niet de verplaatsing f (figuur 123) gemeten; de meetklok registreert f' . Bij het opvoeren van de kracht (F) belet de wrijving (W) in eerste instantie de (relatieve verplaatsing) f' .

De meetklok beweegt pas vanaf $f=W/c'$. Dan is de belasting

$$F=W+fc = f(c'+c) = W(c'+c)/c'.$$

Tot dat punt is de verplaatsing, gemeten op de klok, nog steeds gelijk aan nul (punt 1 in figuur 122).

Ten onrechte wordt zo de statische karakteristiek $2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 6$ geregistreerd, terwijl $0 \rightarrow 3$ de werkelijke is

Voor een goede meting is het dus belangrijk de meetklok stijf op te stellen (c' hoog) en te werken met een lichtlopende meetklok (W klein).

Voorbeelden van hysteresis-arme constructies

As-naaf-verbindingen

Het vastzetten van een naaf, een hefboom of tandwiel op een as geeft meestal aanleiding tot afwijkingen van de gewenste plaats. Immers, elke voor het vastzetten noodzakelijke aandrukking of klemming is het gevolg van een met kracht opgedrongen verplaatsing en deze verplaatsing brengt de naaf vrijwel steeds uit de ingestelde positie. De enige goede methode is in principe gebruik te maken van de alzijdige krimp van de naaf of uitzetting van de as. Voorbeelden hiervan zijn: opkrimpen van heetgestookte naven, inschuiven van in vloerbare lucht gekoelde assen, de hydraulische opgepompte krimpstof en het radiaal indrukken van dunwandige of als spantangen gedeelde naven door een klemconus, eventueel op enigszins conische schroefdraad of zelfs op zich in een spoed tegen de conus oprollende lagernaalden.

Is de plaats in axiale richting niet kritisch, dan kan men de voor het klemmen benodigde verplaatsing in axiale

richting leggen; bijvoorbeeld het vasttrekken van een scheepsschroef of vliegwiel op een conische as en de klemconussen gebruikt voor het vastzetten van kogellagers.

In feite heeft de naaf ten opzichte van de as zes graden van vrijheid: x , y en (axiaal) z en drie hoeken: ϕ , ψ en rotatie om de as θ . De fout in x en y wordt meestal geïnterpreteerd als radiale slingering of excentriciteit e , de fout in ϕ en ψ als een grootste axiale slingering s aan de omtrek. Gewoonlijk wenst men zowel e en s binnen zekere perken te houden; daarbij is de aspositie waaronder ze optreden niet van belang. In dit geval is het aantal relevante vrijheidsgraden nog slechts vier, te weten: e , z , s en θ .

Het ligt nu voor de hand de "naaf-functie" op te splitsen over twee afzonderlijke onderdelen. Elk slechts verantwoordelijk voor twee vrijheidsgraden, zodat per onderdeel voldoende vrijheid overblijft voor de vóór het vastzetten noodzakelijke verplaatsing. In figuur 125 is een dergelijke oplossing getekend. Het ene onderdeel, de eigenlijke naaf, is een klemblok, bijvoorbeeld uitgevoerd als V-blok, met een zijvlak dat voldoende nauwkeurig loodrecht op de hartlijn van de te klemmen as staat. Men kan een goede nauwkeurigheid bereiken door bijvoorbeeld een asprop op een draaibank tot ongeveer de juiste asmaat af te draaien, dan het voorbereide klemblok erop te klemmen en vervolgens het zijvlak daarvan vlak te draaien. Een dergelijk klemblok is uitgesproken ongevoelig voor afwijkingen in asdiameter of rondheid; de as moet wel voldoende cilindrisch zijn want tapsheid leidt tot slingeren van het zijvlak.

Men stelt de gewenste z -coördinaten in en klemt het V-blok dan vast. Het eigenlijke tandwiel neemt de informatie omtrent z en s automatisch over van het V-blok als men het tegen het zijvlak aanschroeft. De boring is zo nauwkeurig uitgevoerd dat deze de excentriciteit binnen de gestelde perken houdt (hoewel "uitklokken" ook mogelijk is) terwijl de nauwkeurige waarde van θ nog ingesteld kan worden alvorens men de schijf definitief op de naaf vasttrekt.

De diameter van de as in figuur 125 is

Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren (11)

bepaald uit het oogpunt van buigings- en torsiestijfheid en het door deze naaf over te brengen koppel is dan ook slechts een klein percentage van het koppel dat de as (op sterkte) zou kunnen overbrengen.

Wil men met navens van dit type een groter koppel (bijvoorbeeld het maximum askoppel) overdragen, dan moet de naaf lengte heel groot worden. Het askoppel wordt over de naaf lengte geleidelijk overgedragen; de in de as optredende torsie geeft in principe altijd aanleiding tot plaatselijke *micro-slip* met name aan de kant waar het askoppel de naaf binnenkomt. Daarmee gaat – zeker bij wisselende belasting – op den duur de instelling van de hoek θ verloren en is er zeker geen sprake van een hysteresisvrije verbinding. De enige oplossing is dan de naaf aan de intreezijde op de juiste wijze torsie-elastisch uit te voeren zoals in figuur 126 (analoog aan de uitvoering op trek bij bouten en moeren volgens figuur 127). Vergelijk ook de

tweezijdig aangeschunde lijmmaad volgens figuur 128, waar de krachtoverdracht uniform over de hele breedte van de naad verdeeld is, met de veel ongunstigere lapnaad volgens figuur 129. Hierbij wordt aan weerszijden in een relatief heel smalle zijstrook van de naad de helft van de totale belasting overgedragen; zie ook de hysteresisvrije verbinding volgens figuur 118.

In de naaf van figuur 126 kan het gewenste effect bereikt worden door het boren van gaten onder een geschikte hoek en het openzagen daarvan, bijvoorbeeld door het infrezen van gleuven.

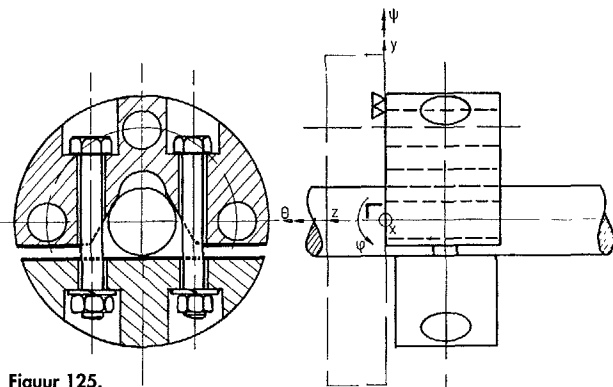
De in figuur 125 en 126 voorgestelde oplossingen zijn duur en volumineus. Ze moeten dan ook niet gezien worden als volmaakte constructies, doch meer als indicatie hoe moeilijk het is om een naaf op een as vast te zetten.

In de werktuigbouw zou dat toch één van de meest elementaire zaken moeten zijn!

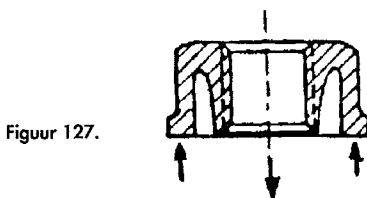
Een meer levensvatbare mogelijkheid is wellicht de uitvoering, geschetst in figuur 130. Hier is in de op de as te bevestigen naaf een kamer gedraaid waarin een pakket schotelveervormige platen met radiale gleuven door axiaal aandrukken schrap gezet is tussen de wand van de kamer en de as. Door de lengte en het aantal zaagsneden te variëren kan voor ieder plaatje afhankelijk van de plaats de gewenste torsiestijfheid verkregen worden. Het is duidelijk dat voor iedere asdiameter een compleet pakket plaatjes, op de juiste volgorde van stijfheid gesorteerd, voorhanden moet zijn.

”Constructies voor het nauwkeurig bewegen en positioneren” is een selectie uit de verzameling constructieprincipes die op initiatief van Prof. ir. W. v. d. Hoek in 1962 is opgezet en die nog steeds wordt uitgebreid. Door ir. P. C. J. N. Rosielle en E. A. G. Reker (TU-Eindhoven) is speciaal voor de lezers van *Mikroniek* een selectie gemaakt die in 18 afleveringen wordt gepresenteerd.

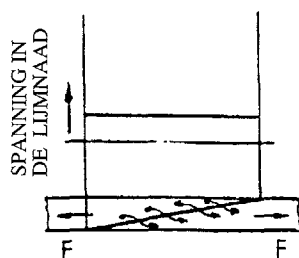
Bijdragen van lezers als kritiek, suggesties of eigen ervaring worden door de auteurs op prijs gesteld.



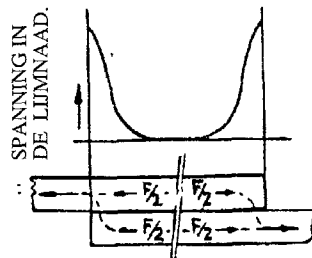
Figuur 125.



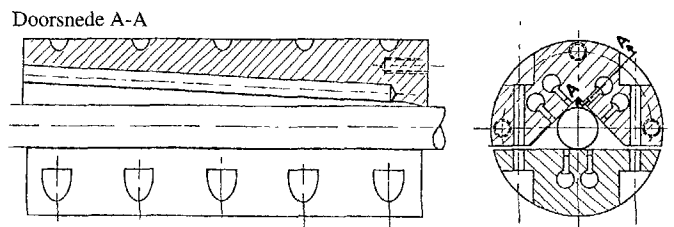
Figuur 127.



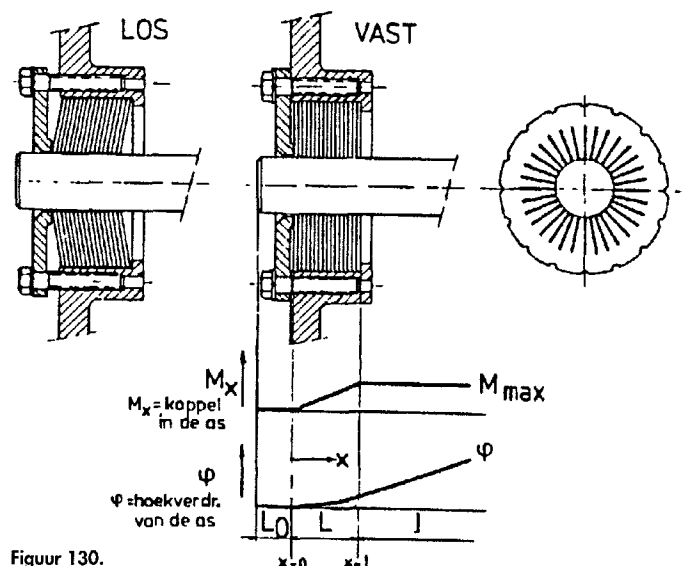
Figuur 128.



Figuur 129



Figuur 126.



Figuur 130.